Sendung vom 5.11.2014, 20.15 Uhr

Professor Dr. Christian Hesse
Mathematiker, Universität Stuttgart
im Gespräch mit Dr. Petra Herrmann

Herrmann: Herzlich willkommen zu einem ARD-alpha-Forum, heute mit Professor Dr. Christian Hesse. Er lehrt mathematische Statistik an der Universität Stuttgart. Schön, dass Sie bei uns sind, Herr Hesse.

Hesse: Ich danke für die Einladung, Frau Herrmann.

Herrmann: Bei den Worten Mathematik und Statistik bekommen ja viele Leute sofort einen Schreck. Aber diesen Schreck werden wir ihnen jetzt gleich nehmen, indem wir auf Ihre vielen, vielen tollen Bücher verweisen, die ich z. T. hier neben mir liegen habe. Das sind nämlich alles Bücher, die verständlich und witzig geschrieben sind und die uns die Mathematik schmackhaft machen sollen. Die Bücher heißen z. B. "Achtung Denkfalle", "Das kleine Einmaleins des klaren Denkens" oder "Warum Mathematik glücklich macht". Dass die Mathematik Sie glücklich macht, glaube ich Ihnen sofort, aber warum kann uns die Mathematik glücklich machen?

Hesse: Das ist natürlich keine leichte Frage, aber die Sache mit dem Glück ist ja eigentlich eine biochemische Sache, die sich im Gehirn abspielt: Die entsprechenden Hormone geraten da an die entsprechenden Stellen im Gehirn und lösen dort dieses Gefühl aus, das uns alle so erfreut. Das kann durch ganz verschiedene Dinge geschehen, etwa dadurch, dass wir eine mitreißende Melodie hören, eine formvollendete Skulptur sehen, vor einer unberührten Landschaft stehen oder einen Menschen mit einem sympathischen Gesicht treffen. Aber dieses Gefühl kann eben auch durch eine gelungene und filigrane mathematische Theorie oder Problemlösung ausgelöst werden. Sie sind ja nicht die erste Journalistin, die mich so etwas fragt. Vor einiger Zeit hatte mich eine Fernsehkollegin von Ihnen bei einem Sommerfest bei Mainzer Freunden gefragt, was mich an der Mathematik so begeistert. Ich habe gesagt: "Das ist die Schönheit!" Da war sie zunächst einmal baff und fragte nach, ob ich ihr dafür ein Beispiel nennen könne. Ich habe ihr ein Beispiel genannt, das sommerfestfähig und Small-Talk-tauglich war, nämlich das berühmte Turnierproblem. Nehmen wir mal das berühmteste Tennisturnier der Welt, nämlich das Turnier in Wimbledon. Da treten bei den Männern im Einzel 128 Spieler an, um den Turniersieger auszuspielen. Der Turnierdirektor möchte nun vorab für Planungszwecke wissen, wie viele Matches nötig sind, bis schließlich der Champion feststeht. Gut, er könnte natürlich folgende Überlegung anstellen: In der ersten Runde gibt es 64 Paarungen, also 64 Spiele. Die jeweiligen Sieger kommen in die zweite Runde, das sind dann 32 Paarungen. Das sind schon mal 96 Spiele. Dann gibt es 16 Begegnungen in der dritten Runde usw. usf. Das halbiert sich jeweils, bis es in der vorletzten Runde zwei Halbfinalspiele gibt, um zu ermitteln, welche beiden Spieler ins Finale einziehen dürfen. Er könnte all das fein säuberlich addieren und wüsste dann, wie viele Spiele es insgesamt gibt bei einem Starterfeld von 128 Spielern. Er würde vielleicht sogar sehen, dass das etwas mit geometrischen Reihen zu tun hat und käme am Ende zu der Antwort: Es braucht 127 Spiele. Das ist auch die richtige Antwort, aber das ist keine schöne Mathematik. Man kann also so vorgehen, denn auch auf diese Weise kommt man zu einem richtigen Ergebnis. Man kann jedoch auch eine ganz geniale und gleichzeitig genial einfache Antwort dafür geben, und zwar eine Antwort, die die Schönheit der Mathematik verdeutlicht und die gleichzeitig sogar für Grundschüler verständlich ist. Die Lösung aus lediglich drei Gedanken, eigentlich nur Gedankensplittern, geht folgendermaßen. Der erste Gedankensplitter ist: Bei jeder Begegnung gibt es einen Gewinner und einen Verlierer. Der zweite ist: Jeder spielt so lange, bis er einmal verliert, denn dann ist er raus aus dem Turnier und spielt nicht mehr. Wenn man diese beiden Gedankensplitter miteinander verknüpft, dann kommt man zu dem Schluss: Es braucht genau so viele Spiele, wie es Verlierer gibt! Aber wie viele Verlierer gibt es? Die Antwort ist: Letztlich ist jeder ein Verlierer, nur der Champion nicht, denn er ist der Einzige, der jedes Match gewinnt. Also gibt es genau so viele Begegnungen, wie es Spieler gibt, minus diesem einen Spieler, dem Sieger, also 127. Das ist für mich ein mikroskopisches Beispiel für die Schönheit der Mathematik: Ganz einfache Gedankensplitter, die genial kombiniert werden, ergeben das größere Ganze einer zielführenden Problemlösung.

Herrmann: Sie haben in Gießen studiert und sind dann mit einem Fullbright-Stipendium in die USA gegangen und haben beim berühmtesten Stochastiker der Welt, nämlich bei Professor Herman Chernoff, promoviert. Anschließend waren Sie zunächst noch einige Jahre in den USA tätig und hatten gastwissenschaftliche Aufenthalte in Japan, Kanada und sogar in China. Vor Kurzem waren Sie zu einem längeren Forschungsaufenthalt mit Familie erneut in den USA. Sie sind also schon sehr viel herumgekommen in der Welt. Wie wird denn die Mathematik in anderen Ländern betrachtet? Bei uns ist man ja oft ein bisschen skeptisch gegenüber der Mathematik.

Hesse: Meine Empfindung ist, dass wir im Moment keine sehr mathematik- und datenfreundliche Kultur haben in Deutschland. Wenn man sich in Deutschland z. B. auf Partys als Mathematiker outet ...

Herrmann: ... dann hat man auf einmal keine guten Karten mehr.

Hesse: ... dann ist die Standardreaktion: "Oh Gott, das war mein schrecklichstes Fach in der Schule! Das hat mir überhaupt keinen Spaß gemacht." Und dann kommt meistens noch der Satz hinterher: "Und trotzdem ist etwas aus mir geworden." Als Mathematiker ärgert einen das dann schon ein bisschen. Diese Mathematik-Unkenntnis und Koketterie damit, die es bei uns in Deutschland gibt, gibt es in anderen Ländern nicht. In Frankreich würde nie jemand auf die Idee kommen, mit seiner Unfähigkeit auf dem Gebiet der Mathematik und des mathematischen Denkens auf Partys zu kokettieren. Auch in Skandinavien würde das nie jemand machen. In diesen Ländern gibt es einfach eine ganz andere Wertschätzung der Mathematik. Bei uns würde auf einer Party ja auch niemand mit seiner Schreibschwäche kokettieren. Aber eine Mathematik-Schwäche ist bei uns o.k., damit kann man sogar Pluspunkte sammeln. Das stört einen Mathematiker. In anderen Ländern gibt es ein der Mathematik freundlicheres Umfeld: Dort wird die Mathematik als große Kulturleistung geschätzt. Das ist z. B. in Indien oder in den skandinavischen Ländern so. So sehen also meine Erfahrungen aus.

Herrmann: Trotzdem sind Sie nach einigen Jahren nach Deutschland zurückgekehrt, als Sie mit 31 Jahren zum jüngsten deutschen Professor der Mathematik in Stuttgart berufen wurden. Wie fühlt man sich da? Und wie stehen wir denn in Deutschland heutzutage in der Mathematik da im internationalen Vergleich?

Hesse: Wie habe ich mich gefühlt? Ich habe das eigentlich gar nicht registriert und wahrgenommen. Irgendwann hat das dann aber eine Journalistin der "Stuttgarter Zeitung" recherchiert und mich dazu befragt. Mir hat das jedenfalls nie etwas bedeutet. Es bedeutet mir hingegen etwas, gute Arbeit zu leisten – mein eigenes Alter ist mir dabei egal. Natürlich stellte diese Berufung eine gewisse Wertschätzung meiner Arbeit in den USA dar und sie ist sicherlich auch der Tatsache geschuldet, dass ich bei sehr guten Wissenschaftlern promovieren konnte. Mit Herman Chernoff an der Universität von Kalifornien in Berkeley war ich an einer wirklich sehr, sehr guten Adresse. Aber ich habe schon auch extrem viel gearbeitet: In Berkeley war es üblich, dass man 16 bis 18 Stunden täglich in die eigene Wissenschaft hineinsteckte. Da bleibt für andere Dinge nicht mehr sehr viel übrig.

Herrmann: Aber für andere Dinge ist dann doch etwas übrig geblieben, denn Sie spielen ja gerne Schach, was Sie von Ihrem Vater gelernt haben. 2006 haben Sie sogar ein Buch herausgegeben mit dem Titel "Expeditionen in die Schachwelt", das sehr bejubelt und als eines der geistreichsten Bücher zum Thema "Schach" bezeichnet wurde. Hat denn Schach sehr viel mit Mathematik zu tun?

Hesse: Schach hat in gewisser Weise schon mit Mathematik zu tun, weil in beiden Disziplinen die Logik eine Rolle spielt. Aber das bedeutet nicht zwangsläufig, dass gute Mathematiker gute Schachspieler sind und umgekehrt. Mich fasziniert am Schach die Art der Probleme, die es stellt, und die Lösungen, die es anbietet. Denn in der Mathematik begeistert mich genau dasselbe: Die Probleme, die die Mathematik bietet, faszinieren mich mehr als z. B. die Probleme, die ich während des Medizinstudiums kennengelernt habe – denn ich habe ja anfangs zeitgleich mit der Mathematik auch noch Medizin studiert. Die Probleme, die meinetwegen das Bergsteigen stellt, interessieren mich überhaupt nicht oder die Probleme, die das Häkeln stellt. Aber die Probleme, die die Mathematik stellt, und deren Lösungen faszinieren mich. Das gibt mir einen Kick.

Herrmann: Sie spielen ja bis heute mit einem amerikanischen Kollegen Fernschach: Da dauert es dann schon mal zwei, drei Wochen bis zum nächsten Zug. Wie lange dauert daher so eine Partie?

Hesse: Das ist eine ganz interessante Sache. Bei einem Forschungsaufenthalt vor 20 Jahren haben wir uns kennengelernt und festgestellt, dass wir beide eine gewisse Leidenschaft für das Schachspiel haben – und auch noch gleich stark sind bzw. gleich schwach, je nachdem wie man das nennen will. Aus diesem Grund sind die Partien zwischen uns beiden immer ergebnisoffen. Wir kämpfen sehr stark, wenn wir gegeneinander spielen, aber je nachdem, wie wir zeitlich eingespannt sind durch unsere Arbeit, dauert es manchmal in der Tat bis zu vier Wochen, bis der nächste Zug per E-Mail kommt. Gut, manchmal geht das auch schneller. Aber im Durchschnitt dauert dann so eine Partie zwei bis drei Jahre.

Herrmann: Da muss man dann schon Geduld haben.

Hesse: Ja, man muss Geduld haben. Aber das ist eben auch eine schöne Art, in Kontakt zu bleiben. Denn man schickt ja in der Regel nicht nur den nächsten Zug an den Kollegen, sondern schreibt so ein bisschen dazu, was man gerade gemacht hat, was die Kinder machen, was man vorhat usw. Das ist einfach eine nette Art, in Kontakt zu bleiben. Und wenn man mal auf die S-Bahn warten muss, kann man in seinem Kopf die Positionen ein bisschen weiterspinnen und sich Züge überlegen. Insofern ist die gerade aktuelle Stellung im Spiel immer im Kopf vorhanden.

Herrmann: In einem Ihrer Bücher habe ich eine wirklich wunderbare Geschichte gelesen, nämlich diese Geschichte von den Missionaren auf Samoa, die einen kriegerischen Stamm missionieren wollten. Sie haben diesen Leuten dann Rechenaufgaben gestellt, und davon waren sie so begeistert, dass sie sozusagen die Waffen aus der Hand gelegt haben und nur mehr rechnen wollten. Wie sind Sie auf diese Geschichte gekommen? Da müssen ja die Missionare im Hinblick auf die Didaktik etwas sehr, sehr Richtiges gemacht haben.

Hesse: Ja, das glaube ich auch. Aber das zeigt eben auch, welche Leidenschaften man selbst für einfache mathematische Operationen entwickeln kann. Als damals die Missionare diesen Eingeborenen eine Schule einrichteten und das Lesen und Schreiben und Rechnen beigebracht haben, waren die Krieger so fasziniert von der Arithmetik, dass sie sich bei jeder sich bietenden Gelegenheit kleine Rechenaufgaben stellten. Sie rüsteten sich also mit Schiefertafeln und Griffeln aus und haben dann 4 x 8 oder 48 : 2 gerechnet. Sie haben das so umfassend gemacht, dass der Anthropologe Frederick Walepole, der kurz danach diese Inselgruppe besucht hat, in sein Tagebuch geschrieben hat, dass sein Besuch auf diesen an sich sehr schönen Inseln doch arg getrübt gewesen sei durch nahezu pausenloses Addieren und Dividieren, das er durchführen musste. Während das also die Eingeborenen fasziniert hat, war das wohl nichts für jeden Anthropologen – was ich aber auch verstehen kann.

Herrmann: Wie könnte man denn in der Schule dieses Fach so unterrichten, dass es vielleicht so beliebt wird wie bei den Kriegern auf Samoa?

Hesse: Meiner Meinung nach muss Mathematik in der Schule anders gelehrt werden. Das ist häufig einfach nur ein Nebeneinander von abstrakten Methoden, die kaum eingeübt werden an Beispielen, und deren Anwendungsbezug daher auch nicht klar ist. Oft fällt vonseiten der Schüler die Frage, wofür man das denn brauche. Und die Antwort des

Lehrers lautet lediglich: "Das sehen wir später!" Und schon geht es zur nächsten Methode, meinetwegen zum Lösen von quadratischen Gleichungen. Das sind alles einzelne Fälle, die mit der Lebenswirklichkeit der Schüler wenig zu tun haben. Dagegen ist aber doch alleine schon die Natur ein großartiger Mathematiker: In der Natur gibt es sehr viele eingebaute mathematische Prinzipien. Es gibt z. B. Ameisen, die Vektoraddition betreiben. Wenn man also über die Vektoraddition im Unterricht spricht, dann könnte man sehr leicht auf Ameisen Bezug nehmen. Denn die Ameisen kommen aus ihrem Haufen heraus und laufen zunächst einmal völlig unregelmäßig in der Gegend hin und her, bis sie dann irgendwo Beute finden. Wenn sie diese gefunden haben, dann laufen sie nicht den Weg zurück, den sie gekommen sind, sondern sie können auf geradem Wege direkt zum Nest zurücklaufen. Das können sie, weil sie bei jeder Abzweigung den nächsten Richtungsvektor dazu addieren. Denn da gibt es bei ihnen spezielle Neuronen im Gehirn, obwohl deren Gehirn insgesamt nur 200000 Nervenzellen hat. Aber einige dieser Nervenzellen sind eben für diese mathematischen Operationen spezialisiert. Wenn sie also alle Vektoren, d. h. Richtungsänderungen addiert haben, dann können sie diesen Richtungsvektor umkehren und auf geradem Weg zum Bau zurückfinden. Sie verfehlen diesen Bau in der Regel nur um einige Zentimeter – selbst dann, wenn sie davor 500 Meter weit vom Bau entfernt waren. Solche Beispiele muss man mehr in den Unterricht einbauen, Beispiele, die mit der Lebenswirklichkeit der Schüler zu tun haben. Oder man kann das Ganze spielerischer gestalten. Auch Schach ist da ein wunderbares pädagogisches Hilfsmittel. Schach bietet nämlich auch sehr viele mathematische Probleme. Im Moment arbeite ich ja an einem Projekt u. a. mit dem Ex-Schachweltmeister Garri Kasparow, bei dem wir versuchen, den Schülern mathematische Prinzipien mit Hilfe von schachlichen Aspekten klar zu machen. Nehmen wir als Beispiel die berühmte Weizenkornlegende: Das ist ein Beispiel, das jeder Schachspieler und auch so mancher Nicht-Schachspieler kennt.

Herrmann: Was ist die "Weizenkornlegende"?

Hesse: Als der Erfinder des Schachspiels, ein weiser Brahmane, seinem Maharadscha das Schachspiel beibrachte, war dieser vom Schach so begeistert, dass er dem Brahmanen einen Wunsch erfüllen wollte. Der Brahmane verlangte daraufhin nur ein Weizenkorn auf das erste Feld auf dem Schachbrett, zwei für das zweite, vier für das dritte Feld usw. Die Anzahl der Reiskörner sollte also von einem Feld zum nächsten verdoppelt werden, und das bis zum letzten, dem 64. Feld. Der Maharadscha war ganz enttäuscht von der Geringfügigkeit dieses Wunsches. Aber als seine Rechenmeister das dann ausgerechnet hatten, stellte sich heraus, dass selbst alle Vorräte, die es in seinem Königreich gab, dass selbst alle weltweiten Vorräte an Weizenkörnern nicht ausreichen würden, um diesen Wunsch zu erfüllen. Damit kann man z. B. geometrische Reihen sehr schön verdeutlichen. Andere Probleme sind tiefschürfender: Das Zuordnungsproblem in der Mathematik, in der Kombinatorik kann man mit ganz speziellen Funktionen darstellen, bei denen Türme, die sich nicht angreifen, eine Rolle spielen. Das sind dann sogenannte Turm-Polynome. Das ist eine sehr tiefschürfende, aber auch faszinierende Sache. Ich will aber vorsichtshalber mal nichts weiter darüber sagen.

Herrmann: Die Ameise weiß ja nichts von der Vektorrechnung, weiß nichts davon, dass sie diese selbst ausführt. Aber ein Mensch, der Mathematik betreibt, muss sich ja oft erst mit untauglichen Lösungen oder gar Irrwegen befassen. Das braucht doch ganz viel Geduld. Muss man denn als Mathematiker eine besonders hohe Frustrationstoleranz haben? Was hält einen da bei der Stange?

Hesse: Ja, das ist ein gutes Wort: Man braucht sicherlich eine hohe Frustrationstoleranz, weil die Standardsituation in der Mathematik nicht die ist, dass man ein Problem hat und dann dieses Problem in Echtzeit löst. So ist es nicht, sondern man muss in der Regel zuerst einmal viele verschiedene Wege ausprobieren, von denen sich dann herausstellt, dass sie nicht zum Ziel führen. Manchmal muss man diese Wege sogar wochen- und monatelang ausprobieren, bis klar wird, dass das ein Holzweg war. Das heißt, man muss dann nach viel vergeblicher Liebesmüh wieder auf den Punkt null zurück, also zum Ausgangspunkt, und neu anfangen. Das heißt, das kann sehr frustrierend sein. Das ist so, als müsse man das Leben neu anfangen, nachdem man sich vier Monate lang intensivst mit einem möglichen Lösungspfad beschäftigt hat, der dann aber doch in eine Sackgasse führte. Ja, man muss eine hohe Frustrationstoleranz mitbringen. Man muss sich auch wohlfühlen können dabei, dass man sich ständig in Problemsituationen befindet. Denn das ist die Standardsituation für Mathematiker: Wir haben immer Probleme! Und wenn wir mal ein Problem gelöst haben, dann suchen wir uns sofort ein neues Problem.

Herrmann: Viele Menschen wollen ja lieber keine Probleme haben, Sie jedoch suchen die Probleme geradezu: Sie möchten dicke Bretter bohren.

Hesse: Genau. Wir suchen nicht nur irgendwie Probleme, sondern wir suchen sogar möglichst komplizierte Probleme. Mathematiker scheinen nie wirklich Spaß daran zu haben, irgendetwas gedanklich Leichtes zu machen. Wenn, dann müssen es wirklich dicke Bretter sein, wenn, dann muss es kompliziert sein. Man kann vielleicht etwas pointiert sagen: Mathematiker zu sein, bedeutet, kompliziert leben müssen zu wollen. Man muss das wirklich wollen. Wenn das jemand nicht will, dann kann ich das selbstverständlich verstehen. Aber mir hat das immer schon Spaß gemacht: Selbst in meiner Jugend habe ich gerne Sachen ausgeknobelt. Wenn man nach wirklich monatelanger Beschäftigung ein Problem gelöst hat, wenn man gegen viele Wände gelaufen ist, wenn man verzweifelt versucht hat, Türen aufzustoßen, die sich aber nicht aufstoßen ließen, wenn man also diesen schmalen Grad endlich gefunden hat, der zur Lösung führt, dann ist das oft wie ein Feuerwerk auf der Großhirnrinde. Für solche Momente und Gefühle lebt man als Mathematiker.

Herrmann: Welche Rolle spielt in der Mathematik eigentlich die Intuition? Wenn wir einen Ball fangen, dann können wir das, ohne vorher dessen Flugbahn zu berechnen – und wir könnten das ja auch gar nicht so schnell tun. Ich habe in einem Ihrer tollen Bücher auch dafür ein schönes Beispiel gefunden. Man geht am Strand entlang und sieht plötzlich schräg voraus im Meer jemand in den sich brechenden Wellen, der zu ertrinken droht. Was tut man dann? Springt man sofort ins Wasser an der Stelle, an der man sich gerade befindet? Oder wird man am Strand weiter nach vorne laufen, bis man im rechten Winkel zum Ertrinkenden steht, um dann erst ins Wasser zu springen? Das heißt, im zweiten Fall kürzt man die Strecke, die man schwimmend zu ihm unterwegs ist, ab. Was machen die Menschen also in so einem Fall? Sie sagen nun, dass die Menschen in so einer Situation ihrer Intuition folgen – und keineswegs zuerst einmal eine Berechnung anstellen – und ein Stück weit am Strand nach vorne laufen, um erst dann ins Wasser zu springen und loszuschwimmen, weil sie auf diese Weise den Ertrinkenden am schnellsten erreichen können. Wie kommt es denn, dass wir solche mathematischen Entscheidungen intuitiv richtig treffen können?

Hesse: Ich denke, dass jeder Mensch eine gewisse mathematische Intuition besitzt – auch die sogenannten Mathematikhasser. Das ist vielleicht so etwas wie ein siebter Sinn, ein Sinn für das Quantitative. In solchen Situationen, wie denen, die Sie gerade geschildert haben, wird dieser "siebte Sinn" sehr schön deutlich. Es ist tatsächlich so, dass ein Mensch in so einer Situation nicht direkt losschwimmen würde, weil man beim Schwimmen eben nur sehr langsam vorankommt – und das, obwohl das in der Tat der direkte Weg zum Ertrinkenden wäre. Es ist aber auch nicht so, dass man exakt bis zur Senkrechten zum Ertrinkenden läuft, um dann die kürzeste Strecke schwimmen zu müssen. Alle laufen jedoch zunächst einmal ein Stück weit. Man kann das mathematisch als Optimierungsproblem lösen und genau den Punkt bestimmen, bis zu dem man schnell laufen muss, um dann schräg auf den Ertrinkenden zuzuschwimmen. Das ist dann ein mathematisches Problem der Differentialrechnung. Aber die meisten Menschen lösen dieses Problem in so einer Situation ganz intuitiv. Und das ist nicht nur bei Menschen so, sondern auch bei Hunden. Wenn man einem Hund ein Stöckchen schräg ins Wasser wirft, dann will der Hund dieses Stöckchen ja möglichst schnell erreichen. Er geht dann genauso vor wie ein Mensch: Er läuft zuerst einmal ein Stück am Ufer entlang, um dann erst schräg auf dieses Stöckchen zuzuschwimmen. Es gibt wirklich Studien darüber, dass ein Hund diesen optimalen Punkt relativ genau trifft. Das heißt, nicht nur Menschen haben einen gewissen quantitativen Sinn, sondern auch manche andere Lebewesen wie z. B. Hunde. Auch bei Pflanzen gibt es faszinierende mathematische Prinzipien, die da eine Rolle spielen.

Herrmann: Welche? Können Sie dafür ein Beispiel nennen?

Hesse: Haben Sie sich z. B. je die Frage gestellt, in welcher Weise Ihre Zimmerpflanzen – sofern Sie welche haben – ihre Blätter um den Stängel herum arrangieren?

Herrmann: Nein, diese Frage habe ich mir noch nie gestellt.

Hesse: Ich habe mir diese Frage auch erst sehr spät in meinem Leben gestellt und war dann umso mehr überrascht, als ich feststellte, dass sehr viel subtile Mathematik da eine Rolle spielt. Nehmen wir als Beispiel eine Sonnenblume. Sie sprießt irgendwann aus dem Boden und wächst. Und irgendwann wächst ihr an irgendeiner Stelle ein Blatt. Die Frage ist nun: Wo entsteht das zweite Blatt? Man könnte ja jetzt denken: "Bestimmt genau gegenüber, also um 180 Grad versetzt." Das wäre aus Balancegründen eine durchaus vernünftige Wahl. Aber diese Drehung um 180 Grad würde, wenn die Pflanze weiterwächst, das nächste Blatt genau oberhalb des ersten Blattes erscheinen lassen.

Herrmann: Dort bekäme das Blatt aber nicht genug Sonne.

Hesse: Genau, das untere Blatt würde dort nicht genug Sonnenlicht bekommen und auch nicht genug Regen auffangen können. Denn der Sinn der Blätter ist ja der, dass mit ihnen sehr viel Sonnenenergie aufgefangen werden muss, aber auch Feuchtigkeit in Form von Regen. Deshalb dürfen sich diese Blätter in ihrer Gesamtheit so wenig wie möglich überlagern. Man kann sich nun fragen, was dafür der optimale Drehwinkel ist. Das ist kein Anteil des Vollwinkels, der aus einem Bruch besteht. Eine Viertelumdrehung, also eine Drehung um 90 Grad, wäre nicht gut, weil dann ja jeweils das vierte Blatt direkt über einem anderen wachsen würde. Jede Drehung der Pflanze um eine Gradzahl, die aus einem Bruch entsteht, wäre daher suboptimal. Optimal ist hingegen eine Drehung um eine Gradzahl, die sich nicht als Bruch darstellen lässt: Das ist der sogenannte Goldene Schnitt, eine Zahl, die wirklich herausgehoben ist unter allen anderen Zahlen. Das ist eine ganz spezielle Zahl, die auch bei der optischen Schönheit von Bauwerken eine Rolle spielt. Das Blattwachstum einer Pflanze ist also immer um den Anteil des Goldenen Schnitt verdreht. Das ist sehr faszinierend und die Biologen konnten sogar einen Mechanismus entdecken, der genau diesen Goldenen Schnitt von 137,5 Grad als Drehwinkel hervorruft.

Herrmann: Gibt es denn auch Situationen, in denen wir Menschen eine schlechte mathematische Intuition haben? Ich denke da z. B. an die Prognosen bei Untersuchungen.

Hesse: Genau, dieses Gebiet in der Medizin ist sogar ein sehr gutes Beispiel. Nehmen wir einen medizinischen Test auf Krebs. Um die Sache konkret zu machen, können wir einen 60jährigen Mann nehmen: In seiner Altersgruppe beträgt die Chance, Prostatakrebs zu bekommen, ungefähr ein Prozent, d. h. von 100 Männern hat einer Prostatakrebs. Es gibt einen Test, den sogenannten PSA-Test, der eine Zuverlässigkeit von 80 Prozent hat. Das heißt, wenn jemand an Krebs leidet und sich diesem Test unterzieht, würde der Test mit 80-prozentiger Sicherheit verkünden, dass er Krebs hat – und entsprechend umgekehrt. Nehmen wir folgende Situation: Ein 60-jähriger Mann unterzieht sich diesem Test und dieser Test fällt positiv aus. Daran schließt sich natürlich sofort die Frage: Wie wahrscheinlich ist es, dass der Betreffende tatsächlich Krebs hat? Die intuitive Antwort ist: Die Wahrscheinlichkeit liegt bei 80 Prozent – denn das ist die prozentuale Zuverlässigkeit des Tests. Auch viele Mediziner geben Antworten in diesem Sinne. Aber die richtige Antwort liegt weit davon entfernt und ist völlig kontra-intuitiv. Die richtige Antwort lautet nämlich: vier Prozent! Das heißt, selbst wenn der Test positiv war, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass dieser 60-jährige Herr Prostatakrebs hat, nur vier Prozent. Warum ist das so? Wenn der Test positiv ist, dann gibt es zwei Fälle: Der erste Fall ist, der Mann hat tatsächlich Krebs und der Test sagt das Richtige. Der zweite Fall ist, dieser Mann hat keinen Krebs und der Test hat einen Fehler gemacht. Da die Wahrscheinlichkeit für diesen Test, Fehler zu machen, soviel größer ist als die

Wahrscheinlichkeit, tatsächlich Krebs zu haben, ist der zweite Fall – also derjenige Fall, bei dem der Mann keinen Krebs hat, aber der Test ein positives, also fehlerhaftes Ergebnis zeitigt – viel wahrscheinlicher als der erste Fall. Insofern kann ich allen Menschen nur sagen: Falls irgendwann einmal ein Krebstest bei Ihnen positiv ausfallen sollte, dann bewahren Sie bitte die Ruhe, denn die Wahrscheinlichkeit, dann auch wirklich Krebs zu haben, ist nicht so hoch, wie Sie denken. Mich berührt dieses Beispiel besonders, weil ich das selbst schon einmal erlebt habe. Ich hatte nämlich auch schon mal einen positiven PSA-Test, aber zwei Monate später war dann alles wieder in Ordnung. Wenn also mal ein solcher Test positiv sein sollte, dann sollte man noch nicht gleich in Panik verfallen. Stattdessen sind da schlicht weitergehende und genauere Untersuchungen nötig. Da tritt natürlich die Frage auf, welchen Sinn es dann überhaupt hat, sich diesem Test zu unterziehen, wenn die Wahrscheinlichkeit, tatsächlich Krebs zu haben, trotzdem nur bei vier Prozent liegt, wenn dieser Test positiv ausfällt. Die Antwort lautet: Wenn der Test tatsächlich negativ ist, dann kann man so gut wie sicher sein, dass man auch tatsächlich keinen Krebs hat, denn dafür liegt dann die Wahrscheinlichkeit immerhin bei 99,7 Prozent.

Herrmann: Das ist dann doch tröstlich.

Hesse: Ja, das ist tröstlich. Wenn der Test negativ ausfällt, dann ist alles in Ordnung, wenn der Test positiv ist, dann sollte man nicht gleich alarmiert sein. Und es ist ja in der Tat so, dass die meisten Alarme falsche Alarme sind. Auch bei Feuermeldern ist das z. B. so. So ein Feuermelder ist ja in gewisser Weise auch nichts anderes als ein Test, ob ein Feuer im Haus ist. Jeder Feuerwehrmann kann Ihnen das bestätigen: Wenn ein Feuermelder losgeht, dann liegt typischerweise kein Feuer vor, weil die Wahrscheinlichkeit für ein Feuer sehr, sehr gering ist, während die Wahrscheinlichkeit, dass der Feuermelder fälschlich losgeht, um einiges größer ist.

Herrmann: Da hilft uns doch die Stochastik. Ich habe nachgeschlagen, "Stochastik" bedeutete ursprünglich die "Kunst des Vermutens". Da geht es also um Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, es geht dabei um Zufälle, und genau damit befassen Sie sich ja hauptsächlich. Welche Bedeutung hat denn der Zufall für unsere Welt überhaupt? Inwieweit ist unsere Welt durch den Zufall bedingt?

Hesse: Das ist eine sehr interessante und natürlich weitgehend eine philosophische Frage. Nehmen wir mal den prototypischen Zufallsmechanismus eines Münzwurfs. So ein Münzwurf wird ja häufig eingesetzt: Beim Fußball z. B. wirft der Schiedsrichter vor dem Spiel immer eine Münze, wodurch die Seitenwahl entschieden wird. Beim Münzwurf gibt es eine Fifty-fifty-Chance für Kopf oder Zahl. Wenn man jedoch die Abwurfgeschwindigkeit der Münze kennen würde und auch ihre Rotationsfrequenz, die Windgeschwindigkeit usw., wenn man also die gesamte Physik dieses Vorgangs kennen würde, dann wäre der Ausgang "Kopf oder Zahl" determiniert, d. h. der Ausgang könnte vorhergesagt werden. Da man aber alle diese Größen nicht weiß, ist das für uns eine Fifty-fifty-Situation: Beides kann passieren. Wenn man also mehr Wissen hat über so einen Vorgang, steckt da letztlich keine Zufälligkeit mehr drin. Nun könnte man natürlich fragen, ob das nicht bei allen Dingen so ist. Die Antwort lautet hier aber nein. Denn auf elementarer Ebene, also auf der Ebene der Elementarteilchen regiert die Quantentheorie: Diese heutzutage gängige physikalische Theorie ist aber eine Wahrscheinlichkeitstheorie! Letztlich ist also unsere Welt nicht determiniert, nicht deterministisch, sondern hat Zufallskomponenten, die auch nicht wegdefinierbar sind durch noch so viel Wissen, denn diese Zufallskomponenten sind prinzipieller Art.

Herrmann: Kommen wir wieder zurück zum Konkreten. Sie befassen sich auch ganz speziell mit den Aktienkursen. Wie wollen Sie da denn Gesetzmäßigkeiten feststellen? Wie machen Sie das und was haben Sie da herausgefunden?

Hesse: Aus meiner Sicht sind Aktien bestimmte Fraktale ...

Herrmann: Was ist ein Fraktal?

Hesse: Eine sehr gute Frage! Fraktale sind Objekte, die eine gewisse Selbstähnlichkeit haben. Das bedeutet, bereits kleine Teile des Objekts sehen, wenn man sie sich gedanklich vergrößert vorstellt, ziemlich genauso aus wie das Objekt selbst. Ein wunderschönes Beispiel dafür ist z. B. eine bestimmte Blumenkohlart, nämlich der Romanesco-Blumenkohl, an dem man das sehr schön sehen kann. Er hat an der Oberfläche sehr viele von diesen kleinen Röschen, und wenn man sich so ein Röschen ganz genau anschaut, dann sieht man, dass an der Oberfläche dieser Röschen wiederum noch kleinere Röschen sitzen, die, wenn man sie vergrößert, genau so aussehen wie die größeren Röschen, die ihrerseits genau so aussehen wie der gesamte Blumenkohlkopf selbst.

Herrmann: Und was hat das jetzt mit den Aktienkursen zu tun?

Hesse: In meiner Sicht sind also Aktienkurse bestimmte Zufallsfraktale: Wenn man die Zeitachse variiert, und zwar nach der Handelsintensität – wenn man also die Zeit langsamer oder schneller verlaufen lässt, je nachdem, ob eine Aktie sehr stark oder eher nur sehr wenig gehandelt wird, je nachdem, ob es also sehr viele oder sehr wenige Käufer für diese Aktie gibt –, dann sieht eine kleine Spanne auf dieser Zeitachse so aus wie die gesamte Zeitachse. Das erinnert vielleicht ein bisschen an die Relativitätstheorie, bei der die Zeit plötzlich auch eine variable Größe wird und langsamer oder schneller vergehen kann, je nachdem, wie stark die Schwerkraft an einem Punkt ist. In dieser Theorie über die Aktienkurse, über die Dynamik der Aktienkurse übernimmt nun die Handelsintensität die Rolle, die in der Relativitätstheorie die Schwerkraft hat. Insofern ist das gewissermaßen eine Relativitätstheorie fraktaler Zufallsprozesse. Man benutzt also bestimmte Zufallsprozesse, um diese unregelmäßige Zickzacklinie, wie sie die Aktienkurse zeigen, mathematisch nachzubilden. Das Interessante daran ist, dass Aktienkurse per se eigentlich unzufällige Objekte sind: Aktienkurse hängen in einem Ursache-Wirkungszusammenhang ab von der Handelstätigkeit der Käufer und Verkäufer: Wie viele Leute haben gerade zu welchem Preis eine Aktie gekauft oder verkauft? Das bestimmt den Kurs. Und das hat natürlich mit Zufall nichts zu tun. Trotzdem sieht der Kurs dann letztlich so aus, als ob man ihn meinetwegen mit einer Münze ausgeworfen hätte. Der Kurs sieht so aus, als hätte man eine Münze wieder und wieder geworfen: Jedes Mal, wenn "Kopf" erscheint, geht man einen Tick nach oben, und jedes Mal, wenn "Zahl" erscheint, geht man einen Tick nach unten. Auch auf diese Weise bekommt man nämlich eine sehr unregelmäßige Zickzackkurve. Das Interessante ist, dass die Stochastik dieser Münzwurfzufallskurven in etwa so ist wie eine Aktienkursnotierung im zeitlichen Verlauf – in etwa! Denn sie sieht nicht ganz genau so aus, sondern nur fast. Dieses "fast" ist aber von Bedeutung: Dieses "fast", diese Spurenelemente von Struktur, versuchen wir mit der Theorie, die ich gerade angesprochen habe, herauszuarbeiten. Für Kleinanleger bzw. für normale Aktionäre ist das von geringer Bedeutung. Wenn man diese Theorie anwendet, dann kommt man aber zu Wahrscheinlichkeitsprognosen, wie man sie z. B. von der Wettervorhersage kennt, wenn der Meteorologe im Radio sagt, dass für den nächsten Tag eine Regenwahrscheinlichkeit von 80 Prozent vorliegt. Unsere Prognosen sehen folgendermaßen aus: "Am Punkt x haben wir mit 80prozentiger Wahrscheinlichkeit einen Aktienkurs, der sich in einem bestimmten Intervall bewegt." Für Kleinaktionäre ist das nicht von Bedeutung, aber für Akteure, die mit sehr großen Volumina in den Markt gehen, hat das doch eine große Bedeutung.

Herrmann: Sie befassen sich aber auch mit Dingen, die für jeden von uns tagtäglich von Bedeutung sind: z. B. mit der Warteschlange im Supermarkt. Wo stellt man sich also am besten an?

Hesse: Meine These ist eigentlich, dass man sich mit der Mathematikbrille wirklich alles anschauen kann. So gibt es z. B. auch eine Knotentheorie, also eine mathematische Theorie der Knoten, die besagt, dass jeder denkbare Knoten aus nur drei Basisknoten zusammengesetzt ist. Es gibt aber eben auch eine Warteschlangentheorie: Das ist in der Stochastik ein sehr wichtiges Gebiet.

Herrmann: Wo, bitte, stelle ich mich jetzt am besten an?

Hesse: Das kann man so pauschal nicht beantworten. Es gibt ja zunächst einmal verschiedene Warteschlangentypen. Es gibt z. B. die typische Supermarktschlange und diese haben Sie jetzt vielleicht im Sinn. Es gibt aber auch diese Schlange, wie es sie seit einigen Jahren in den Postfilialen gibt: Da gibt es nur eine einzige, sehr lange Schlange, und wenn man den Kopf der Schlange erreicht hat, dann geht man zu dem einen Schalter von meinetwegen fünfen, der gerade frei geworden ist.

Herrmann: Das heißt, diese Schlange fächert sich dann auf in verschiedene Schalter.

Hesse: Genau. Das ist der "amerikanische Schlangentyp", wie das in der Fachsprache heißt. Es zeigt sich, dass dieser amerikanische Schlangentyp bei der Frage, wie viele Menschen bei einer bestimmten begrenzten Bedienerzahl – also einer bestimmten Anzahl von Schalter- oder Kassenkräften, die jeweils einen Schalter oder eine Kasse bedienen – durch das System geschleust werden können, Vorteile hat gegenüber der Supermarktschlange, also gegenüber dem Prinzip, dass vor jedem Schalter, vor jeder Kasse eine eigene Schlange steht. Nun zu Ihrer Frage: Wo stellt man sich am besten an? Ich mache es, wenn es mehrere Schlangen gibt, meistens so, dass ich mir anschaue, wie hoch aufgetürmt die Wägen sind. Wenn in einer Schlange mehrere Wägen stehen, die bis zum Rand gefüllt sind, dann wäre das ein Ausschlusskriterium für diese Schlange. Ich schaue mir aber auch an, ob die Kassiererin eifrig oder schläfrig ist, d. h. wie hoch ihre Bedienfrequenz ist. Und ich spitze selbstverständlich auch immer die Ohren, denn wenn ich über den Lautsprecher höre, "Frau Müller bitte an Kasse 7", dann versuche ich, einer der Ersten an Kasse 7 zu sein.

Herrmann: Das ist sicher eine praktikable Lösung. Sie befassen sich ja auch sehr stark mit Statistik. Da fällt vielen von uns dieser Ausspruch von Winston Churchill ein: "Trau keiner Statistik, die du nicht selbst gefälscht hast." Ich habe nachgesehen und musste feststellen, dass Churchill diesen Ausspruch wahrscheinlich gar nicht gemacht hat. Was also kann man denn mit Statistiken zuverlässig sagen?

Hesse: Es ehrt Churchill natürlich, dass er das nicht gesagt hat. Denn ich finde dieses Zitat nicht besonders intelligent, ehrlich gesagt. Denn eigentlich kann man ja alles fälschen. Man kann daher auch Statistiken fälschen.

Herrmann: Das Problem bei den Statistiken ist doch vielmehr, wie man sie richtig interpretiert.

Hesse: Statistiken sind ja im Grunde genommen Methoden der Datenaufbereitung. Sie bieten die Möglichkeit, aus sehr großen Datenmengen Informationen herauszuziehen. Das ist ein wirklich schwieriges mathematisches Verfahren. Selbstverständlich gibt es dafür auch ganz unterschiedliche Methoden: Varianzanalyse, Regressionsanalyse usw. Es ist zuerst einmal sehr kompliziert, das richtige Verfahren für eine bestimmte Datenstruktur zu finden. Zweitens kämpft man dabei aber auch gegen einige sehr komplizierte, sehr subtile Paradoxien an, die es dabei gibt. Da gibt es z. B. das Simpson-Paradoxon. Dieses Paradoxon ist völlig kontraintuitiv und hat auch schon so manche Datenanalyse zum Entgleisen gebracht – und nährt auch die Sicht mancher Kritiker der Statistik, die sagen, dass man mit Statistik sowieso alles beweisen könne. Dieses Simpson-Paradoxon besagt in etwa, dass jemand, der jede Teildisziplin gewonnen hat, nicht unbedingt auch der Gesamtsieger sein muss. Um das mal an einem weiteren medizinischen Beispiel klar zu machen: Man führt meinetwegen eine Studie mit 50 Männern durch. Einige von denen bekommen ein neues Medikament und einige bekommen es nicht. Es kommt dann heraus: Die Heilungsquote bei den Männern, die das neue Medikament bekommen, ist geringer als bei denen, die es nicht bekommen haben. Das ist doch ein ziemlich schlechtes Zeichen für ein neues Medikament, oder? Aber dann macht man dasselbe Experiment mit 50 ebenfalls zufällig ausgewählten Frauen. Einige Frauen bekommen das neue Medikament, einige bekommen es nicht. Auch hier sei nun die Heilungsquote bei den Frauen, die dieses neue Medikament bekommen haben, geringer als bei denen, die es nicht bekommen haben. Wenn man dann aber diese beiden Studien vereinigt – wenn man also nicht mehr zwei getrennte Studien mit je 50 Männern und 50 Frauen, sondern schlicht eine Studie mit 100 Menschen hat – dann kann es sein, dass sich bei einer seriösen Aggregierung der Daten herausstellt: Die Heilungsquote des neuen Medikaments ist in dieser Gruppe von 100 Menschen höher als bei denjenigen, die dieses neue Medikament nicht bekommen haben. Das heißt, nach der Vereinigung der beiden Gruppen haben sich diese

Beziehungen gerade umgekehrt. Da könnte man doch die Schlussfolgerung ziehen: Bist du ein Mann oder eine Frau, dann lass die Hände von diesem Medikament, bist du aber ein Mensch, dann wirkt das Medikament bei dir. Das ist doch eine völlig kontraintuitive ...

Herrmann: Und da jeder Mann und jede Frau eben auch ein Mensch ist, ergibt sich da ein Widerspruch.

Hesse: Ja, das ist völlig kontraintuitiv. Unter Statistikern und Wahrscheinlichkeitstheoretikern ist dieses Paradoxon natürlich bekannt, aber es ist es wert, dass das auch in der Gesamtbevölkerung bekannt wird.

Herrmann: So könnte man also auch mit der Wahrheit lügen.

Hesse: Ja, das ist ein Beispiel dafür, wie man mit der Wahrheit lügen kann. Ein Pharmakonzern könnte z. B. die Ergebnisse der zusammengefassten Gruppe publizieren und sagen: "Unser Medikament wirkt!" Aber eine Verbraucherschutzorganisation, die, warum auch immer, Zugang zu den ursprünglichen Daten hat, könnte die Ergebnisse veröffentlichen, die bei den Tests von Männern und Frauen separat erzielt worden sind, und sagen: "Dieses Medikament ist schlechter, als gar nicht behandelt zu werden!" Die Frage ist natürlich, was hier richtig ist. Die Antwort ist: Die separaten Ergebnisse sind die richtigen. Denn manche Daten darf man in bestimmten Konstellationen eben nicht aggregieren. Aber diese und andere Paradoxien zeigen auch, dass die Welt leider noch um einiges komplizierter ist, als man das vielleicht eh schon gedacht hat.

Herrmann: Die Welt wird zunehmend von Daten und Zahlen bestimmt, wie Sie in einigen Ihrer Bücher auch schreiben. Da gibt es aber nun auch das Schlagwort "Big Data": Seit dem NSA-Skandal hat das Sammeln von Daten einen noch schlechteren Ruf bekommen. Andererseits hat aber Obama damals seine Wahl auch nur mit Internet und Facebook gewonnen. Viele Daten werden heute ja auch für die Medizin verwendet und Sie haben in einem Interview mal gesagt, dass das für die Medizin sehr nützlich sein kann. Wird der Arzt vielleicht sogar überflüssig, weil ein Computer viel mehr Daten hat und eine viel bessere Diagnose erstellen kann?

Hesse: Ja, das denke ich. Ich denke, dass wir im Moment an einer Schwelle zu einer ganz neuen Art von Medizin und von medizinischer Behandlung stehen, bei der der Big-Data-Ansatz auch eine Rolle spielt. Heute ist es z. B. ohne Weiteres möglich, dass man sein eigenes Genom testen lässt, dass man für jeden Menschen Laborwerte, also Werte über seinen Stoffwechsel, über sein Immunsystem usw. sammelt. Man kann also für jeden einzelnen Menschen viele Tausend Datenpunkte akkumulieren – und zwar nicht nur über einen bestimmten aktuellen Zeitraum, sondern auch noch sehr weit in die Vergangenheit zurückreichend. Das kann man nicht nur für einen Menschen machen, sondern für zig-Millionen Menschen. Nehmen wir einmal an, ein Patient kommt zu einem Arzt und dieser Arzt hat bestimmte Daten von diesem Patienten erhoben. Ein Computer könnte dann nach der sogenannten ...

Herrmann: Dann könnte ein Computer diese Daten besser auswerten als der Arzt selbst.

Hesse: Genau, das läuft nach der sogenannten "nächster Nachbar-Methode": Der Computer sucht einen Patienten irgendwo auf der Welt, der ungefähr dasselbe Datenprofil hat, und schaut dann, welche Therapie, welche Medikation in welcher Dosierung wie funktioniert bzw. nicht funktioniert hat. Anschließend errechnet dann der Computer die bestmögliche und genau auf diesen einen Patienten, der da beim Arzt sitzt, personalisierte Behandlungsmethode. Das ist eine große Chance.

Herrmann: Zum Abschluss vielleicht noch ein bisschen Humor. Sie haben ja auch ein Buch geschrieben mit dem Titel "Was Einstein seinem Papagei erzählte. Die besten Witze aus der Wissenschaft". Einstein hatte einen Papagei und dieser Papagei war nach seiner Meinung depressiv, weswegen er ihm immer Witze erzählt hat. Was ist Ihr Lieblingswitz?

Hesse: Ach, ich denke, ich bin eigentlich generell ein recht humorvoller Mensch. Insofern höre ich eben auch gerne Witze und lustige Geschichten. Einer der Witze, der mir gut gefällt, ist folgender, weil er eben auch ein bisschen was von diesem Spannungsverhältnis zwischen Mathematikern und Ingenieuren erzählt. Der Witz geht folgendermaßen: Eine Gruppe von Mathematikern und Ingenieuren befindet sich in der Bahn und fährt zu einem wissenschaftlichen Kongress. Bei den Ingenieuren hat jeder sein eigenes Ticket, während die Mathematiker nur ein einziges Ticket für die ganze Gruppe haben. Plötzlich ruft einer von den Mathematikern: "Der Schaffner kommt!" Die Mathematiker erheben sich, gehen zum WC am Ende des Waggons und zwängen sich alle dort hinein. Dann schließen sie die Tür ab. Der Schaffner kontrolliert die Tickets der Ingenieure und geht dann weiter. Am Ende des Waggons bemerkt er, dass das WC besetzt ist. Deswegen klopft er an die Tür und ruft: "Den Fahrschein bitte!" Unter der WC-Tür wird ihm daraufhin ein Fahrschein entgegengeschoben. Der Schaffner stempelt ihn ab, geht weiter und ist zufrieden. Die Ingenieure, die das natürlich alles beobachtet haben, sind beeindruckt. Sie beschließen, auf der Rückfahrt von der Tagung dieselbe Methode anzuwenden. Und so machen sie es auch: Dieses Mal haben auch sie nur ein Ticket für die ganze Gruppe. Umso erstaunter sind sie jedoch, als sie erfahren, dass die Mathematiker dieses Mal gar keinen Fahrschein haben. Plötzlich ruft einer von den Ingenieuren: "Der Schaffner kommt!" Die Ingenieure springen auf, laufen zum WC am Ende des Waggons und zwängen sich alle dort hinein und verriegeln die Tür. Die Mathematiker erheben sich langsamer, gehen auch ans Ende des Waggons, dort aber zum gegenüberliegenden WC. Bevor der letzte Mathematiker aber die Tür hinter sich schließt, klopft er noch kurz bei den Ingenieuren und ruft durch die Tür: "Den Fahrschein bitte!"

Herrmann: Das war's. Herzlichen Dank, Herr Professor Hesse. Ich hoffe, meine Damen und Herren, Sie haben mit Vergnügen zugehört, es hat Ihnen Spaß gemacht und Sie haben Interesse an der Mathematik gewonnen. Vielleicht haben Sie ja mal Lust, in eines der genannten Bücher hineinzuschauen. Wir hier jedenfalls haben uns bestens unterhalten. Ich danke Ihnen ganz herzlich für Ihre Aufmerksamkeit.